**Санкт-Петербургский государственный университет**

**Р А Б О Ч А Я П Р О Г Р А М М А**

**УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

Связность графов (осн курс), тр 5-8 сем

Connectivity of graphs

**Язык(и) обучения**

русский

Трудоемкость в зачетных единицах: 3

Регистрационный номер рабочей программы: 051767

**Раздел 1. Характеристики учебных занятий**

**1.1. Цели и задачи учебных занятий**

Сообщение сведений о правильных раскрасках графов и об орграфах циклах для общего развития и изучения смежных дисциплин физико-математического цикла. Усвоение основных идей, понятий и фактов о связности графа.

**1.2. Требования подготовленности обучающегося к освоению содержания учебных занятий (пререквизиты)**

Владение курсами «Дискретная математика» и «Теория графов».

**1.3. Перечень результатов обучения (learning outcomes)**

Обучающийся должен овладеть теоретическим материалом в объеме, предусмотренном программой, уметь применять полученные знания при решении теоретических и прикладных задач, на основе анализа освоенных разделов: связность графа.

**1.4. Перечень и объём активных и интерактивных форм учебных занятий**

Промежуточная аттестация (экзамен) 4 часа.

**Раздел 2. Организация, структура и содержание учебных занятий**

**2.1. Организация учебных занятий**

**2.1.1 Основной курс**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Трудоёмкость, объёмы учебной работы и наполняемость групп обучающихся | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Код модуля в составе дисциплины,  практики и т.п. | Контактная работа обучающихся с преподавателем | | | | | | | | | | | | Самостоятельная работа | | | | Объём активных и интерактивных  форм учебных занятий | Трудоёмкость |
| лекции | семинары | консультации | практические  занятия | лабораторные работы | контрольные работы | коллоквиумы | текущий контроль | промежуточная  аттестация | итоговая аттестация | под руководством преподавателя | в присутствии  преподавателя | сам. раб. с использованием  методических материалов | текущий контроль (сам.раб.) | промежуточная аттестация (сам.раб.) | итоговая аттестация  (сам.раб.) |
| ОСНОВНАЯ ТРАЕКТОРИЯ | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| очная форма обучения | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Семестр 5-8 | 32 |  | 2 |  |  |  |  |  | 2 |  |  |  | 44 |  | 28 |  | 4 | 3 |
|  | 2-50 |  | 2-50 |  |  |  |  |  | 2-50 |  |  |  | 1-1 |  | 1-1 |  |  |  |
| ИТОГО | 32 |  | 2 |  |  |  |  |  | 2 |  |  |  | 44 |  | 28 |  | 4 | 3 |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Виды, формы и сроки текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации | | | | | | |
| Код модуля в составе дисциплины, практики и т.п. | Формы текущего контроля успеваемости | | Виды промежуточной аттестации | | Виды итоговой аттестации  (только для программ итоговой аттестации и дополнительных образовательных программ) | |
| Формы | Сроки | Виды | Сроки | Виды | Сроки |
| ОСНОВНАЯ ТРАЕКТОРИЯ | | | | | | |
| очная форма обучения | | | | | | |
| Семестр 5-8 |  |  | экзамен, устно, традиционная форма | по графику промежуточной аттестации, по графику промежуточной аттестации |  |  |

**2.2. Структура и содержание учебных занятий**

Период обучения (модуль): **Семестр 5-8**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| № п/п | Наименование темы (раздела, части) | Вид учебных занятий | Количество часов |
| 1 | Деревья разбиения | Лекции | 10 |
| практические занятия |  |
| в присутствии преподавателя |  |
| по методическим материалам | 12 |
| 2 | Минимальные *k*-связные графы | Лекции | 10 |
| практические занятия |  |
| в присутствии преподавателя |  |
| по методическим материалам | 14 |
| 3 | *k*-соединенные графы | Лекции | 2 |
| практические занятия |  |
| в присутствии преподавателя |  |
| по методическим материалам | 6 |
| 4 | Стягиваемые и связные множества | Лекции | 8 |
| практические занятия  по методическим материалам | 12 |
| 5 | Экзамен | промежуточная аттестация (ауд) | 2 |
| промежуточная аттестация (с.р.) | 28 |

**Модуль 1: Деревья разбиения**

1. Дерево разбиения *k*-связного графа набором из попарно независимых *k*-разделяющих множеств.

2. Одиночные множества и части двусвязного графа. Дерево разбиения.

3. Теорема о двусвязном графе без одиночных множеств. Каждая часть двусвязного графа - блок или цикл.

4. Расположение неодиночных разделяющих множеств двусвязного графа.

5. Дерево разбиения двусвязного графа и оценка хроматического числа.

6. Теорема Маклейна о планарности двусвязного графа.

7. Критические двусвязные графы.

8. Минимальные двусвязные графы.

9. Разрезы *k*-связного графа. Граница разреза

10. Части разбиения графа множеством разрезов. Граница и внутренность. Свойства.

11. Независимые разрезы. Свойства.

12. Дерево разбиения *k*-связного графа множеством попарно независимых разрезов. Свойства.

13. Минимальные графы связности не более 5: расцепление хорошей и плохой пары зависимых разрезов.

14. Минимальные графы связности не более 5: построение множества попарно независимых разрезов.

15. В любом цикле минимального трёхсвязного графа есть хотя бы две вершины степени 3.

**Модуль 2: Минимальные *k*-связные графы**

1. Лемма Мадера. Следствие: граф G*k*+1  - лес.

2. Расцепление пары зависимых нормальных разрезов.

3. Построение множества попарно незавсимых разрезов.

4. Леммы о границе разреза: нет вершин из одной компоненты связности графа *Gk*+1 .

5. Лемма о кривых разрезах.

6. Свойства крайних частей. Теорема Мадера о количестве вершин степени *k* в минимальном *k*-связном графе.

7. Теорема о виде минимальных *k*-связных графов с минимальным числом вершин степени *k*.

**Модуль 3: *K*-соединенные графы**

1. Подразбиение полного графа и *k*-соединенность.

2. Лемма о плотном подграфе.

3. 2*k*-связный граф средней степени хотя бы 16*k* является *k*-соединенным.

#### **Модуль 4: Стягиваемые и связные множества**

1. Существование стягиваемого множества из трёх вершин в трёхсвязном графе.

2. Теорема о стягиваемых множествах больших размеров в трёхсвязном графе.

3. Происхождение трёхсвязных графов от колеса.

4. Теорема Дьори-Ловаса о разбиении *k*-связного графа на *k* связных множеств заданных размеров.

5. Минимальные по стягиванию 4-связные графы: лемма о треугольнике.

6. Минимальный по стягиванию 4-связный граф 4-регулярен.

7. Классификация минимальных по стягиванию 4-связных графов.

**Раздел 3. Обеспечение учебных занятий**

**3.1. Методическое обеспечение**

**3.1.1 Методические указания по освоению дисциплины**

Посещение лекций

**3.1.2 Методическое обеспечение самостоятельной работы**

Основная и дополнительная литература

**3.1.3 Методика проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации и критерии оценивания**

**Методика проведения экзамена**

Экзамен проводится в устной форме. Билет состоит из трех вопросов. Время подготовки ответа на вопросы билета составляет 60 минут.

Использование конспектов на экзамене возможно в следующей форме: студенты заранее складывают конспекты на специальный стол, к оторому возможно подойти с разрешения преподавателя на кратковременный срок без письменных принадлежностей и заглянуть в конспект, если это необходимо. Использование электронных устройств хранения, обработки или передачи информации при подготовке и ответе на вопросы экзамена категорически запрещено. В случае обнаружения факта использования недозволенных материалов (устройств) составляется акт и студент удаляется с экзамена. После ответа на вопросы билета преподаватель задает несколько дополнительных вопросов, на основании оценки ответов на которые итоговая оценка по предмету может быть повышена или понижена.

Критерии выставления оценок

Оценка «отлично» ставится за полностью раскрытый теоретический материал и правильные ответы на дополнительные вопросы преподавателя. Как правило, для получения оценки «отлично» требуется решить задачу.

Оценка «хорошо» ставится за изложенный теоретический материал билета (возможно с помощью наводящих подсказок преподавателя).

Оценка «удовлетворительно» ставится за знание основных вопросов по каждой теме.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется, если не выполняются условия для получения оценок «отлично», «хорошо» и «удовлетворительно».

Соответствие оценки СПбГУ и оценки ECTS (Европейской системы переноса и накопления зачётных единиц):

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Итоговый процент выполнения, % | Оценка СПбГУ при  проведении зачёта | Оценка ECTS | Оценка СПбГУ при  проведении экзамена |
| 90-100 | зачтено | A | отлично |
| 80-89 | зачтено | B | хорошо |
| 70-79 | зачтено | C | хорошо |
| 60-69 | зачтено | D | удовлетворительно |
| 50-59 | зачтено | E | удовлетворительно |
| менее 50 | не зачтено | F | неудовлетворительно |

**3.1.4 Методические материалы для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации (контрольно-измерительные материалы, оценочные средства)**

Период обучения (модуль): **Семестр 5-8**

**Список вопросов к экзамену**:

1. Дерево разбиения *k*-связного графа набором из попарно независимых *k*-разделяющих множеств.

2. Одиночные множества и части двусвязного графа. Дерево разбиения.

3. Теорема о двусвязном графе без одиночных множеств. Каждая часть двусвязного графа - блок или цикл.

4. Расположение неодиночных разделяющих множеств двусвязного графа.

5. Дерево разбиения двусвязного графа и оценка хроматического числа.

6. Теорема Маклейна о планарности двусвязного графа.

7. Критические двусвязные графы.

8. Минимальные двусвязные графы.

9. Разрезы *k*-связного графа. Граница разреза

10. Части разбиения графа множеством разрезов. Граница и внутренность. Свойства.

11. Независимые разрезы. Свойства.

12. Дерево разбиения *k*-связного графа множеством попарно независимых разрезов. Свойства.

13. Минимальные графы связности не более 5: расцепление хорошей и плохой пары зависимых разрезов.

14. Минимальные графы связности не более 5: построение множества попарно независимых разрезов.

15. В любом цикле минимального трёхсвязного графа есть хотя бы две вершины степени 3.

16. Лемма Мадера. Следствие: граф G*k*+1  - лес.

17. Расцепление пары зависимых нормальных разрезов.

18. Построение множества попарно незавсимых разрезов.

19. Леммы о границе разреза: нет вершин из одной компоненты связности графа *Gk*+1 .

20. Лемма о кривых разрезах.

21. Свойства крайних частей. Теорема Мадера о количестве вершин степени *k* в минимальном *k*-связном графе.

22. Теорема о виде минимальных *k*-связных графов с минимальным числом вершин степени *k*.

23. Подразбиение полного графа и *k*-соединенность.

24 Лемма о плотном подграфе.

25. 2*k*-связный граф средней степени хотя бы 16*k* является *k*-соединенным.

26. Существование стягиваемого множества из трёх вершин в трёхсвязном графе.

27. Теорема о стягиваемых множествах больших размеров в трёхсвязном графе.

28. Происхождение трёхсвязных графов от колеса.

29. Теорема Дьори-Ловаса о разбиении *k*-связного графа на *k* связных множеств заданных размеров.

30. Минимальные по стягиванию 4-связные графы: лемма о треугольнике.

31. Минимальный по стягиванию 4-связный граф 4-регулярен.

32. Классификация минимальных по стягиванию 4-связных графов.

**3.1.5 Методические материалы для оценки обучающимися содержания и качества учебного процесса**

**3.2. Кадровое обеспечение**

**3.2.1 Образование и (или) квалификация штатных преподавателей и иных лиц, допущенных к проведению учебных занятий**

К чтению лекций должны привлекаться преподаватели, имеющие ученую степень доктора или кандидата наук (в том числе степень PhD, прошедшую установленную процедуру признания и установления эквивалентности) и/или ученое звание профессора или доцента.

**3.2.2 Обеспечение учебно-вспомогательным и (или) иным персоналом**

не требуется

**3.3. Материально-техническое обеспечение**

**3.3.1 Характеристики аудиторий (помещений, мест) для проведения занятий**

Стандартно оборудованные лекционные аудитории, должны вмещать поток в соответствии со списком студентов

**3.3.2 Характеристики аудиторного оборудования, в том числе неспециализированного компьютерного оборудования и программного обеспечения общего пользования**

доска для письма мелом или фломастером

**3.3.3 Характеристики специализированного оборудования**

не требуется

**3.3.4 Характеристики специализированного программного обеспечения**

не требуется

**3.3.5 Перечень и объёмы требуемых расходных материалов**

Мел — не менее 1 куска на час лекционных занятий, фломастеры для доски, губка

**3.4. Информационное обеспечение**

**3.4.1 Список обязательной литературы**

1. Д.В.Карпров. «Теория графов». http://logic.pdmi.ras.ru/~dvk/graphs\_dk.pdf

2. R.Diestel. «Graph Theory». Springer-Verlag, 2005.

3. Д.В.Карпров. «Связность графов». http://logic.pdmi.ras.ru/~dvk/connectivity.pdf

**3.4.2 Список дополнительной литературы**

1. Ф.Харари. « Теория графов» М, Наука, 1973.

2. J.A.Bondy, U.S.R. Murty. «Graph Theory with applications.» North-Holland, New York, 1974.

**3.4.3 Перечень иных информационных источников**

**Раздел 4. Разработчики программы**

Карпов Дмитрий Валерьевич, доктор физ.-мат. наук, старший научный сотрудник ПОМИ РАН, профессор СПбГУ. E-mail: dvk0@yandex.ru.